DOI: 10.14005/j.cnki.issn1672-7673.20230320.001

周期性重复快速射电暴双星模型再研究

林一清[1,2]，程再军[1,2]

(1. 厦门理工学院福建省光电技术与器件重点实验室，福建 厦门 361024；
2. 厦门理工学院光电与通信工程学院，福建 厦门 361024)

摘要：在椭圆轨道的致密双星模型作为周期性重复快速射电暴(Fast Radio Bursts, FRBs)起源的基础上，考虑引力辐射对快速射电暴周期性行为的影响。这个双星系统包含一个具有强偶极磁场的中子星和一个磁化的白矮星。当白矮星充满它的洛希瓣时，物质将通过内拉格朗日点转移到中子星表面。由于角动量守恒，白矮星可能在一次爆发之后被踢开，接着在演化过程中由于引力辐射再次充满洛希瓣，实现再次爆发。这种情况下，快速射电暴的周期对应于双星轨道周期 P_{orb}，而它与两次质量转移时间间隔 Δt 之间的关系是能否显现周期性行为的关键因素。很明显，$\Delta t \approx P_{orb}$ 或者 $\Delta t < P_{orb}$ 是周期性行为显现的必要条件。反之，如果 $\Delta t >> P_{orb}$，周期性将很难观测到。结果表明，只有相对较长周期的快速射电暴才能显示周期性行为，这表明目前仅有的两个周期性快速射电暴都对应于较长的周期是合理的。

关键词：快速射电暴；白矮星；中子星；引力辐射；致密双星

中图分类号：P172 **文献标识码**：A **文章编号**：1672-7673(2023)03-0198-06

快速射电暴是近几年探测到的一种短暂出现的射电能量爆发现象。2007 年，《科学》(Science)杂志公布了第 1 个快速射电暴[1]，但由于信噪比不高，曾被认为可能是来自人工信号的干扰。2012 年之后更多快速射电暴的发现，使得快速射电暴的研究正式成为高能天体物理和时域天文一个新的重要方向。之后，由于先进的观测技术和设备，观测到的快速射电暴数量大大增加，但是快速射电暴的物理起源仍是一个迷。目前探测到的快速射电暴有重复快速射电暴和非重复快速射电暴两种类型，它们是否具有相同的物理起源也是一个迷[2]。

CHIME(the Canadian Hydrogen Intensity Mapping Experiment)是一个 400~800 MHz 波段的新型经纬射电望远镜，具有大收集面积、宽宽带、高灵敏度、巨大的视场和有力的相关器的特点，是一个极好的快速射电暴探测器。自从 2018 年 CHIME 发射后，快速射电暴样本大大增加。2020 年 CHIME 报道了第 1 个具有周期性行为的快速射电暴源(FRB 180916)[3]。FRB 180916 周期性的观测，掀起对周期性快速射电暴物理起源的研究热潮。目前解释快速射电暴周期性行为的模型主要有 3 种：(1)快速射电暴可能发生于包含一个恒星级致密星体(如中子星或者黑洞)的双星系统，在这种系统中，快速射电暴的周期对应于双星的轨道周期[4-5]；(2)一个极慢旋转的中子星引起爆发源的超长旋转周期[6]；(3)快速射电暴来自于中子星磁层的辐射，这个辐射区域持久的过程导致它们的周期性行为[7]。

到目前为止，仅有两个源 FRB 180916 和 FRB 121102 具有周期性行为。FRB 180916 的周期为 16. 35±0. 18，具有 5 天的活跃窗口[3]。FRB 121102 显示可能的 157 天周期和大约 100 天的活跃窗口[8]。但是不管是 FRB 180916 还是 FRB 121102，都不是所有预测的活跃窗口都能观测到爆发。本文在具有椭圆轨道的中子星-白矮星双星模型的基础上，研究引力辐射对快速射电暴周期性行为的影响。通过引力辐射的影响解释为什么观测到大量的重复性爆发，但是目前为止仍然只有两个周期较长的重复暴被认为具有周期性，同时这两个暴有些预测窗口没观测到爆发。

基金项目：福建省自然科学基金(2021J011215)；厦门市青年创新基金(3502Z20206077)资助.
收稿日期：2022-12-27；修订日期：2023-01-16
作者简介：林一清，女，教授，主要研究天体物理. Email: yqlin@xmut.edu.cn.

1 考虑引力辐射的中子星–白矮星双星模型

2020 年，文[4]用具有椭圆轨道的致密双星系统解释重复快速射电暴的周期性行为[4]。他们的模型包含一个磁化的白矮星和一个具有强偶极磁场的中子星。当白矮星在近星点充满洛希瓣时，物质通过内拉格朗日点转移到中子星表面，而在椭圆轨道的其他位置，由于洛希瓣没有充满中子星，没有发生物质转移(见文[4]中图 1)。同时，吸积物质在粘滞作用下可能被撕成一系列碎片，这些碎片将沿着中子星磁场线间歇地到达中子星表面，通过曲率辐射形成快速射电暴的多次爆发。在这种情况下，这些爆发事件的周期应该等于轨道周期 P_{orb}(双星的轨道周期 $P_{\mathrm{orb}}=4\pi^2a^3/G(M_1+M_2)$，其中 G 是牛顿常数，a 为椭圆轨道的半长轴，M_1 为中子星质量，M_2 为白矮星质量)。但在吸积物质向内移动的过程中，根据角动量守恒，当 $q<2/3$ 时($q\equiv M_2/M_1$)，通过洛希瓣吸积一部分物质后，白矮星可能被踢开。白矮星被踢开以后，由于引力辐射，白矮星将再次充满洛希瓣[9-10]，而文[4]没有考虑引力辐射的影响。引力辐射使得白矮星再次充满洛希瓣，从而引发的再次质量转移与前次质量转移的时间间隔 Δt 对快速射电暴周期性行为的影响。

时间间隔 Δt 是一个很重要的时间尺度，周期 P_{orb} 和时间间隔 Δt 之间的大小关系是能否显现快速射电暴周期性行为的关键因素。很明显，$\Delta t\approx P_{\mathrm{orb}}$ 或者 $\Delta t<P_{\mathrm{orb}}$ 是周期性行为显现的必要条件。反之，如果 $\Delta t\gg P_{\mathrm{orb}}$，周期性将很难观测到。

双星系统的轨道角动量 J 为

$$J=M_1M_2\left[\frac{Ga(1-e^2)}{M_1+M_2}\right]^{1/2}, \tag{1}$$

其中，e 为离心率。当白矮星充满洛希瓣时，将发生从白矮星到中子星的物质转移。假设转移的质量为 ΔM_2(ΔM_2 为负数)，那么轨道角动量的变化可以表示为

$$\Delta J=\lambda\Delta M_2\Omega[b_1-a_1(1-e)]^2, \tag{2}$$

其中，轨道角速度 $\Omega=\sqrt{G(M_1+M_2)/a^3}$；中子星和系统质心之间的距离 $a_1=M_2a/(M_1+M_2)=qa/(1+q)$；$\lambda$ 表示由于外流而损失的轨道角动量的参数，在 $0\leqslant\lambda\leqslant1$ 的范围内；b_1 是中子星和拉格朗日点 L_1 之间的距离，具有如下形式：

$$\frac{b_1}{a(1-e)}=0.5-0.227\log q\ . \tag{3}$$

在我们的模型中，物质转移发生在当白矮星在近星点充满洛希瓣时。当白矮星上的物质通过内拉格朗日点，并且被中子星吸积时，两星之间的距离 a 也相应地发生变化，由于质量变化引起双星之间距离的变化 Δa 可以由(1)~(3)式推导，

$$\frac{\Delta a}{a}=-2\frac{\Delta M_2}{M_2}\left[1-q-\lambda(1+q)\left(0.5-0.227\log q-\frac{q}{1+q}\right)^2\frac{(1-e)^{3/2}}{(1+e)^{1/2}}\right]. \tag{4}$$

一次质量转移之后，白矮星可能被踢开，直到引力辐射导致第 2 次质量转移，由于引力辐射引起的两星间隔随着时间变化为[11]

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=-\frac{64}{5}\frac{G^3M_1M_2(M_1+M_2)}{c^5a^3(1-e^2)^{7/2}}\left(1+\frac{73}{24}e^2+\frac{37}{96}e^4\right). \tag{5}$$

由此，我们得到 Δt 与 ΔM_2 之间的关系式：

$$\Delta t=\frac{5(1+q)c^5a^4}{32qG^3(M_1+M_2)^3}\left\{\lambda[0.5(1-q)-0.227(1+q)\log q]^2\frac{(1-e)^{3/2}}{(1+e)^{1/2}}-(1+q)\left(\frac{2}{3}-q\right)\right\}\frac{(1-e^2)^{7/2}}{\left(1+\frac{73}{24}e^2+\frac{37}{96}e^4\right)}\frac{\Delta M_2}{M_2}. \tag{6}$$

从(6)式可以看出，给定 M_1，M_2，e，λ 和 ΔM_2，可以得到两相邻爆发的时间间隔 Δt。我们的模型中，中子星的质量选取典型值 $M_1 = 1.4M_\odot$。

2 结 论

在椭圆轨道的双星模型作为周期性重复快速射电暴起源的基础上，我们考虑引力辐射对它们周期观测结果的影响。在这个模型中，暴的周期应该等于轨道周期 P_{orb}。给定质量 M_1，M_2 和离心率 e，我们可以得到双星的轨道周期 P_{orb}。(6)式中 λ 表示由于外流损失的轨道角动量的参数，存在两个极限情况，如果吸积物质没有携带轨道角动量，则 $\lambda = 0$；反之，如果吸积物质在拉格朗日 L_1 点携带开普勒角动量，则 $\lambda = 1$。图 1 显示了 $M_2 = 0.1M_\odot$、不同离心率($e = 0$，0.5，0.9，0.99)时，时间间隔与轨道周期的比值 $\Delta t/P_{orb}$ 随 λ 的变化关系。从图 1 我们可以看到，只有在圆轨道(离心率 $e = 0$)的情况下，比值 $\Delta t/P_{orb}$ 在 λ 比较大时随着 λ 的增大而减小。而对于椭圆轨道，比值 $\Delta t/P_{orb}$ 几乎不随 λ 的变化而变化。因此，我们在下面的分析计算中选取 $\lambda = 0$。

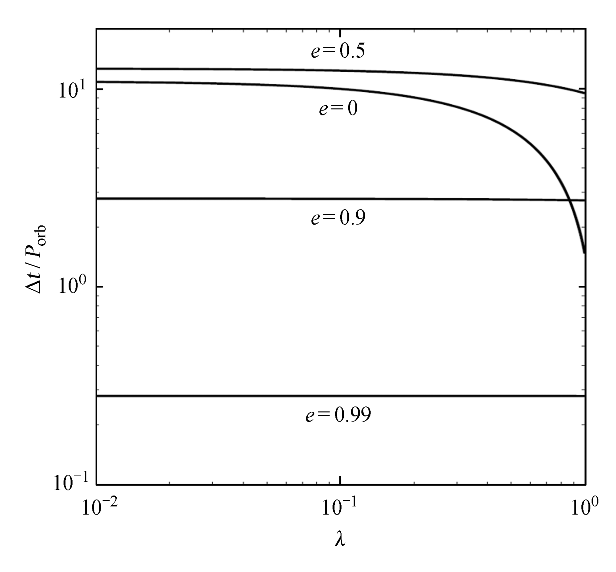


图 1 离心率分别为 0，0.5，0.9 和 0.99 时，时间间隔 Δt 和轨道周期 P_{orb} 的比值 $\Delta t/P_{orb}$ 随参数 λ 的关系曲线，$M_2 = 0.1M_\odot$

Fig. 1 Ratio of the time interval Δt to the orbital period P_{orb} ($\Delta t/P_{orb}$) as the function of λ with $M_2 = 0.1M_\odot$ and different eccentricities ($e = 0$, 0.5, 0.9, 0.99)

对于中子星和白矮星组成的致密双星系统，当转移一定的质量后，白矮星被踢开，双星由于引力辐射导致轨道衰减进入第 2 次转移，(6)式给出了两个相邻爆发的时间间隔 Δt 与转移质量 ΔM_2 之间的关系。白矮星-中子星(White Dwarf-Neutron Star，WD-NS)双星系统的动力学模拟显示，系统只有在白矮星质量 $M_2 < 0.2M_\odot$ 时才能长期存在，当 $M_2 > 0.2M_\odot$ 时系统会经历不稳定的质量转移，从而导致白矮星的潮汐性破坏[12]。同时，目前观测到的超致密 X 射线双星(Ultra Compact X-ray Binaries，UCXB)中，白矮星的质量都很低[4]。因此，在一个稳定的白矮星-中子星双星系统中，白矮星合理的质量范围可能是 $0.01M_\odot < M_2 < 0.1M_\odot$[4]。图 2 分别显示了白矮星质量 $M_2 = 0.05M_\odot$(a)和 $M_2 = 0.1M_\odot$(b)时，$\Delta M_2 = 10^{-9}M_\odot$，$\Delta M_2 = 10^{-10}M_\odot$ 和 $\Delta M_2 = 10^{-11}M_\odot$(三个物理上合理的范围内[9])情况下，时间间隔 Δt 与轨道周期 P_{orb} 之间的关系随离心率($e = 0.1$–0.999)的变化曲线。图中箭头表示偏心率增大的方向，点线表示时间间隔和轨道周期相等的位置，而竖直虚线表示 FRB 180916 的周期位置。从图 2 可以看出，当白矮星质量较小时($M_2 = 0.05M_\odot$)时，几乎所有的时间间隔远大于轨道周期(a)，即 $\Delta t \gg P_{orb}$，也就是说在这种情况下，即使是周期性的快速射电暴，我们也没办法清楚地观测到它们的周期性行为。相反地，对于较大质量的白矮星($M_2 = 0.1M_\odot$)，存在时间间隔 $\Delta t \approx P_{orb}$，甚至 $\Delta t < P_{orb}$ 的情况，即可能观测到快速射电暴的周期性行为(b)。在 Δt 稍大于 P_{orb} 的位置，可以观测到 FRB 180916 的周期性行为，但并不是所有的周期都是活跃的。其次，$\Delta t \approx P_{orb}$ 甚至 $\Delta t < P_{orb}$ 只出现在 P_{orb} 比较大的位置，即只有相对较长周期的快速射电暴才显示它们的周期性行为。最后，我们也可以很明显地从图 2 中看到，$\Delta t < P_{orb}$ 出现的位置偏右，也就是离心率 e 比较大的位置。为了更具体地显示离心率对结果的影响，我们在图 3 中显示了时间间隔和轨道周期的比值 $\Delta t/P_{orb}$ 随离心率 e 的变化曲线。其中白矮星质量 $M_2 = 0.1M_\odot$，转移质量分别为 $\Delta M_2 = 10^{-9}M_\odot$，$\Delta M_2 = 10^{-10}M_\odot$ 和 $\Delta M_2 = 10^{-11}M_\odot$，虚线表示 $\Delta t/P_{orb} = 1$ 的临界位置。从图 3 我们可以看到，只有在离

心率 $e>0.9$ 时，比值 $\Delta t/P_{orb}$ 才接近或者小于 1，即在目前的参数下，只有当离心率比较大时，才可能观测到重复快速射电暴的周期性行为。

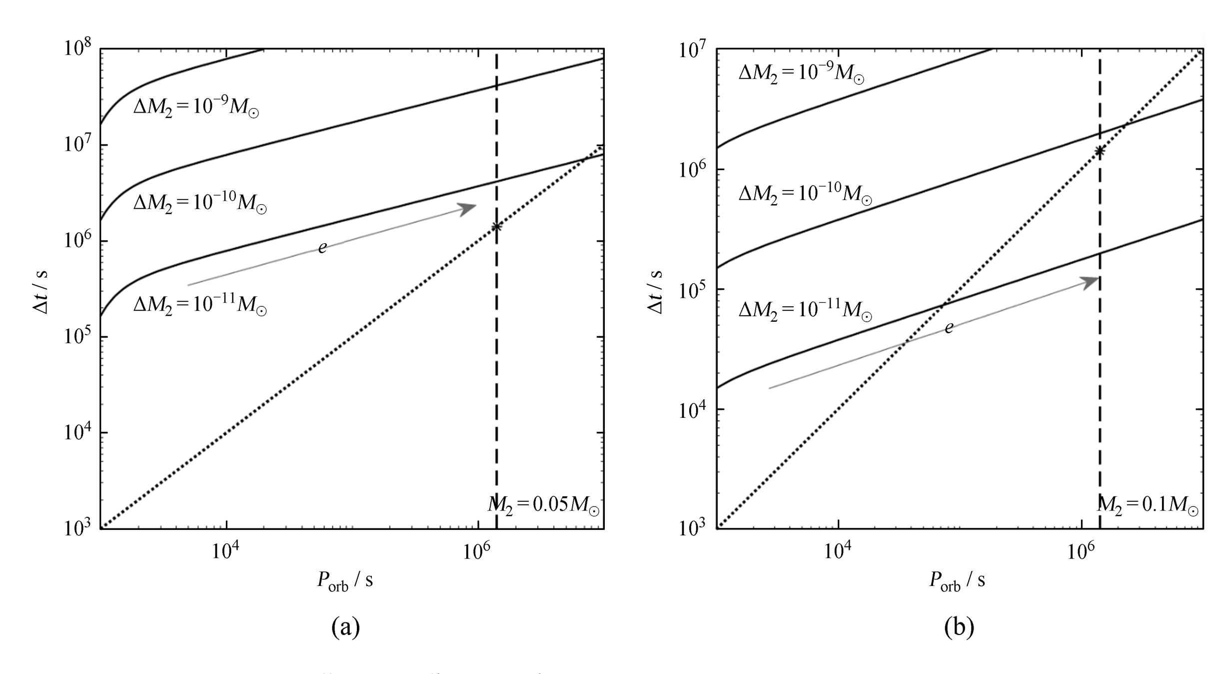


图 2　3 个转移质量($\Delta M_2=10^{-11}M_\odot$，$10^{-10}M_\odot$，$10^{-9}M_\odot$)以及两个白矮星质量(a)$M_2=0.05M_\odot$ 和(b)$M_2=0.1M_\odot$ 时时间间隔 Δt 与轨道周期 P_{orb} 之间的关系随离心率($e=0.1-0.999$)的变化。图中箭头表示偏心率增大的方向，竖直虚线表示 FRB 180916 的周期位置，点线表示 $\Delta t=P_{orb}$ 的临界位置

Fig. 2　The relationship between the time interval Δt and the orbital period P_{orb} varies with eccentricities $e=0.1-0.999$ with three mass transfers $\Delta M_2=10^{-11}M_\odot$, $10^{-10}M_\odot$, $10^{-9}M_\odot$ and two WD masses (a) $M_2=0.05M_\odot$ and (b) $M_2=0.1M_\odot$. The shear heads show the direction of increasing eccentricity. The vertical dashed lines reported the position of the period for FRB 180916, and the dotted lines show the critical relation $\Delta t=P_{orb}$

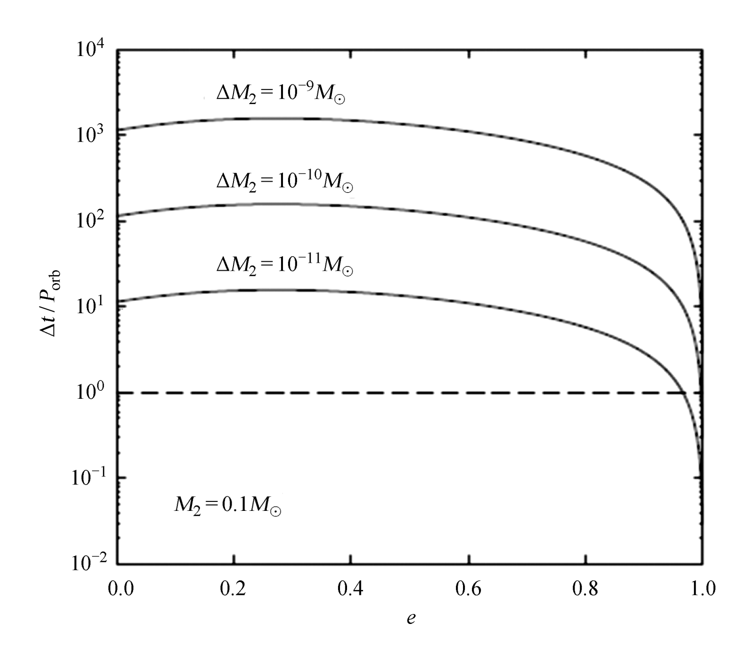


图 3　时间间隔和轨道周期的比值 $\Delta t/P_{orb}$ 随离心率 e 的变化曲线，$M_2=0.1M_\odot$，水平虚线表示临界关系 $\Delta t/P_{orb}=1$

Fig. 3　Ratio of the time interval Δt to the orbital period P_{orb} as the function of e with $M_2=0.1M_\odot$. The horizontal dashed line shows the critical relation $\Delta t/P_{orb}=1$

3 讨 论

快速射电暴是一种神秘的射电爆发现象，有重复快速射电暴和非重复性快速射电暴两种类型。目前为止，研究人员仅发现两个重复快速射电暴(FRB 180916 和 FRB 121102)具有周期性行为。一个椭圆轨道的致密双星模型可能可以解释重复快速射电暴的这种周期性行为。这个双星系统包含一个磁化的白矮星和一个具有强偶极磁场的中子星，当白矮星充满它的洛希瓣时，物质通过内拉格朗日点转移到中子星表面。吸积物质可能被撕成一系列的碎片，这些碎片在不同的时间内到达中子星表面。同时，由于角动量守恒，白矮星可能在一次爆发之后被踢开，接着在演化过程中由于引力辐射再次充满洛希瓣，实现再次爆发。在这种情况下，重复快速射电暴的周期对应于双星的轨道周期。我们的焦点是在椭圆轨道的致密双星模型解释重复快速射电暴的周期性行为的基础上，考虑引力辐射对快速射电暴周期性行为的影响。首先，我们发现外流物质是否携带角动量对于圆轨道具有一定的影响，但是对于椭圆轨道的计算结果影响不大。其次，如果用这个模型解释快速射电暴的周期性，那么要求比较高的离心率。最后，对于这个系统，只有当 $\Delta t < P_{orb}$ 或者 $\Delta t \approx P_{orb}$ 时，才能观测到周期性行为，其中 $\Delta t < P_{orb}$，我们可以观测到每个周期都是活跃的；$\Delta t \approx P_{orb}$ 或者稍大于 P_{orb}，我们也可以观测到快速射电暴的周期性行为，但不是所有周期是活跃的，只有当轨道周期到达，时间间隔也到达时，才能观测到爆发。我们发现当白矮星质量较小时，几乎所有的时间间隔都远大于轨道周期，即 $\Delta t >> P_{orb}$，很难观测到这种情况下快速射电暴的周期性行为。只有质量较大的白矮星，存在时间间隔 $\Delta t \approx P_{orb}$，甚至 $\Delta t < P_{orb}$ 的情况，即可能观测到快速射电暴的周期性行为，但是并不是所有的周期都是活跃的，并且 $\Delta t \approx P_{orb}$ 甚至 $\Delta t < P_{orb}$ 只出现在 P_{orb} 比较大的位置，即只有相对较长周期的快速射电暴才能显示它们的周期性行为。这个结论与 FRB 180916 和 FRB 121102 的观测结果相符，这表明目前仅有的两个周期性快速射电暴都对应较长的周期，并且不是所有的活跃窗口能够观测到爆发是合理的。

参考文献：

[1] LORIMER D R, BAILES M, MCLAUGHLIN M A, et al. A bright millisecond radio burst of extragalactic origin [J]. Science, 2007, 318(5851): 777-780.

[2] CALEB M, STAPPERS B W, RAJWADE K, et al. Are all fast radio bursts repeating sources? [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2019, 484: 5500.

[3] CHIME/FRB Collaboration, AMIRI M, ANDERSEN B C, et al. Periodic activity from a fast radio burst source [J]. Nature, 2020, 582: 351-355.

[4] GU W M, YI T, LIU T. A neutron star-white dwarf binary model for periodically active fast radio burst sources [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2020, 497: 1543.

[5] LIN Y Q, CHE H Y, GU W M, et al. Effects of gravitational-wave radiation of eccentric neutron star-white dwarf binaries on the periodic activity of fast radio burst sources [J]. The Astrophysical Journal, 2022, 929: 114.

[6] XU K, LI Q C, YANG Y P, et al. Do the periodic activities of repeating fast radio bursts represent the spins of neutron stars? [J]. The Astrophysical Journal, 2021, 917: 2.

[7] YANG H, ZOU Y C. Orbit-induced spin precession as a possible origin for periodicity in periodically repeating fast radio bursts [J]. The Astrophysical Journal Letters, 2020, 893: L31.

[8] CRUCES M, SPITLER L G, SCHOLZ P, et al. Repeating behaviour of FRB 121102: periodicity, waiting times, and energy distribution [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2021, 500: 448.

[9] GU W M, DONG Y Z, LIU T, et al. A neutron star-white dwarf binary model for repeating fast radio burst 121102 [J]. The Astrophysical Journal, 2016, 823: L28.
[10] 林一清, 程再军. 重复快速射电暴的白矮星和中子星双星模型 [J]. 天文研究与技术, 2020, 17(4): 414-418.
LIN Y Q, CHENG Z J. The white dwarf-neutron star binary model of repeating FRBs [J]. Astronomical Research & Technology, 2020, 17(4): 414-418.
[11] PETERS P C. Gravitational radiation and the motion of two point massses [J]. Physical Review, 1964, 136: 1224-1232.
[12] BOBRICK A, DAVIES M B, CHURCH R P. Mass transfer in white swarf-neutron star binaries [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, 467: 3556.

Revisiting the White Dwarf-Neutron Star Binary Model on the Periodic Activity of Repeating FRBs

Lin Yiqing[1,2], Cheng Zaijun[1,2]
(1. Fujian Provincial Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Devices, Xiamen University of Technology, Xiamen 361024, China, Email: yqlin@xmut.edu.cn; 2. School of Optoelectronic & Communication Engineering, Xiamen University of Technology, Xiamen 361024, China)

Abstract: Fast Radio Bursts (FRBs) are transient and bright radio pulses from cosmological origins, which have two types: repeating FRBs and non-repeating FRBs. Based on the eccentric binary model for the origin of the periodic FRBs, we consider the effects of gravitational-wave (GW) radiation on the periodic activity of repeating FRBs. The compact binary system composed of a neutron star (NS) with a strong bipolar magnetic field and a magnetic white dwarf (WD) may be able to explain the repeated behavior of repeating FRBs. When WD fills its Roche lobe, mass transfer will occur through the inner Lagrange point to the surface of the NS. After an explosion, the WD may be kicked away owing to the conservation of angular momentum, and refills its Roche lobe at the next periastron, due to the decrease of orbital separation through GW radiation to realize another. In this scenario, the period of the repeating FRBs should be equivalent to the orbital period P_{orb}. Thus, the relation between P_{orb} and the time interval of two adjacent mass-transfer processes Δt is a key factor that may determine whether the periodic activity can show up. Obviously, $\Delta t \approx P_{orb}$ or $\Delta t < P_{orb}$ is a necessary condition for the periodic activity to appear. On the contrary, for $\Delta t >> P_{orb}$, the periodicity will be hard to discover. The results show that the periodic activity is more likely to show up for relatively long periods, which may be the reason that only two sources having been claimed to have periodic activity, both correspond to relatively long periods.
Key words: Fast Radio Burst; white dwarf; neutron stars; gravitational radiation; compact binary stars